PREMIER EXERCICE

QCM

Seconde professionnelle

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule est correcte. Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

A. Un sac contient 6 boules indiscernables au toucher. Il y a 4 boules blanches numérotées 1, 2, 3, 4 et 2 boules jaunes numérotées 5, 6. On prélève une boule au hasard dans le sac.

1. Le nombre d'événements élémentaires est :

a. 2 **b.** 4 **c.** 6

2. La somme des probabilités de tous les événements élémentaires (ou issues) est :

a. $\frac{1}{6}$ **b.** $\frac{1}{3}$ **c.** 1

3. On désigne par A l'événement : « la boule prélevée est blanche ».

a. $P(A)=\frac{1}{2}$ **b.** $P(A)=\frac{1}{3}$ **c.** $P(A)=\frac{2}{3}$

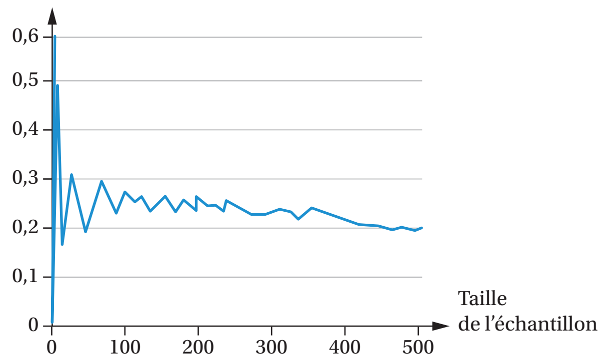
4. On désigne par B l'événement : « la boule prélevée porte un numéro pair ».

a. $P(B)=\frac{1}{6}$ **b.** $P(B)=\frac{1}{3}$ **c.** $P(B)=\frac{1}{2}$

B. On lance un dé cubique 1 000 fois. La fréquence de sortie du 6 sur ces 1 000 lancers est 0,302.

a. Le dé est truqué. **b.** On a eu beaucoup de chance. **c.** On ne peut rien dire.

C. Dans une entreprise du secteur de l'automobile, on affirme que 20 % des pièces d'un certain type sont défectueuses. On effectue à l'aide d'un tableur une simulation. Le graphique ci-contre donne l'évolution de la fréquence des pièces défectueuses de ce type dans un échantillon en fonction de la taille de l'échantillon.



1. Lorsque la taille de l'échantillon augmente :

a. La fréquence des pièces défectueuses augmente.

b. La fréquence des pièces défectueuses diminue.

c. La fréquence des pièces défectueuses a tendance à se stabiliser.

2. On prélève une pièce de ce type au hasard dans un lot important.

On désigne par A l'événement : « la pièce prélevée est défectueuse ». On prend :

a. $P(A) = 0,3$ **b.** $P(A) = 0,02$ **c.** $P(A) = 0,2$

CORRIGÉ

A. 1. Il y a 6 événements élémentaires. **2.** Réponse c. $\frac{1}{6}+\ldots+\frac{1}{6}=1$.

3. Réponse c. (« 4 chances sur 6 ».) **4.** Réponse c. (« 3 chances sur 6 ».)

B. Réponse a. (Si le dé n'était pas truqué, la fréquence serait voisine de $\frac{1}{6}\approx 0,17$.)

C. 1. Réponse c. **2.** Réponse c. ($P(A) = 0,2$.)

MATHÉMATIQUES

DEUXIÈME EXERCICE

Premières professionnelles

On a réalisé une enquête auprès de 10 000 personnes. Parmi elles, 40 % sont fumeurs, 4 % souffrent de bronchite, et 75 % des personnes atteintes de bronchite sont des fumeurs.

1. Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau suivant. Aucune justification n'est demandée.

	Personnes atteintes de bronchite	Personnes non atteintes de bronchite	Totaux
Fumeurs			
Non-fumeurs			
Totaux			10 000

2. On tire au hasard le nom d'une de ces 10 000 personnes : on a une situation d'équiprobabilité.

a. Déterminer la probabilité de l'événement A : « La personne choisie est un fumeur ».

b. Déterminer la probabilité de l'événement B : « La personne choisie est atteinte de bronchite ».

c. Définir par une phrase en français l'événement $A \cap B$. Déterminer $P(A \cap B)$.

d. Définir par une phrase en français l'événement $A \cup B$. Déterminer $P(A \cup B)$.

e. Définir par une phrase en français l'événement $\overline{B}$. Déterminer $P(\overline{B})$.

f. Déterminer la probabilité de l'événement D : « La personne choisie est un fumeur non atteint de bronchite ».

CORRIGÉ

1. On obtient :

	Personnes atteintes de bronchite	Personnes non atteintes de bronchite	Totaux
Fumeurs	300	3 700	4 000
Non-fumeurs	100	5 900	6 000
Totaux	400	9 600	10 000

Il y a équiprobabilité.

2. a. $P(A) = \dfrac{4\,000}{10\,000} = 0{,}4$. **b.** $P(B) = \dfrac{400}{10\,000} = 0{,}04$.

c. $A \cap B$ est l'événement : « La personne choisie est un fumeur **et** est atteinte de bronchite ». Il y a 300 personnes qui sont fumeurs et atteintes de bronchite. Donc $P(A \cap B) = \dfrac{300}{10\,000} = 0{,}03$.

d. $A \cup B$ est l'événement : « La personne choisie est un fumeur **ou** est atteinte de bronchite ».
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$; $P(A \cup B) = 0{,}40 + 0{,}04 - 0{,}03 = 0{,}41$.

e. $\overline{B}$ est l'événement : « La personne choisie n'est pas atteinte de bronchite ».
$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}04 = 0{,}96$.

f. $P(D) = \dfrac{3\,700}{10\,000} = 0{,}37$.

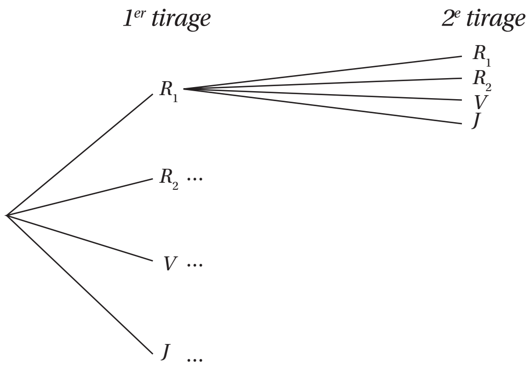
TROISIÈME EXERCICE

Premières professionnelles

Tirage avec remise

Une urne contient quatre boules : deux rouges, notées R_1 et R_2, une verte notée V et une jaune, notée J. On prélève au hasard une boule de cette urne. Après avoir noté la couleur de la boule obtenue et éventuellement son numéro, on la replace dans l'urne et on procède à un second tirage. On note alors à nouveau la couleur et le numéro éventuel de la boule obtenue. Un résultat est un couple, par exemple : (R_1, R_2). Tous les résultats sont équiprobables.

1. Compléter, après l'avoir reproduit, l'arbre suivant.



2. Soit E l'événement : « Les deux boules tirées sont rouges » et F l'événement : « Une seule des deux boules tirées est rouge ».
À l'aide de l'arbre, calculer les probabilités $P(E)$ et $P(F)$.

3. Définir par une phrase l'événement $G = E \cup F$. Calculer $P(G)$.

4. À l'aide de $P(G)$, calculer $P(H)$ où H est l'événement : « Aucune des deux boules tirées n'est rouge ».

5. Soit I l'événement : « La première boule tirée est verte » et J l'événement : « La deuxième boule tirée est rouge ». Calculer les probabilités $P(I)$, $P(J)$, $P(I \cap J)$ et $P(I \cup J)$.

CORRIGÉ

1. Voir l'annexe.

2. Il y a 16 résultats possibles.
Il y a quatre résultats avec deux boules rouges.
D'où $P(E) = \dfrac{4}{16} = 0{,}25$.
Il y a huit résultats avec une seule boule rouge.
$P(F) = \dfrac{8}{16} = 0{,}5$.

3. G est l'événement : « Les 2 boules tirées sont rouges ou une seule boule tirée est rouge ».
E et F sont disjoints (ou incompatibles) donc :
$P(E \cup F) = P(E) + P(F)$;
$P(E \cup F) = 0{,}25 + 0{,}5 = 0{,}75$.

4. $H = \overline{G}$ donc $P(H) = 1 - P(G) = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$.

5. Il y a quatre résultats avec la première boule tirée verte donc :
$P(I) = \dfrac{4}{16} = 0{,}25$.
Il y a huit résultats avec la deuxième boule tirée rouge donc :
$P(J) = \dfrac{8}{16} = 0{,}5$.

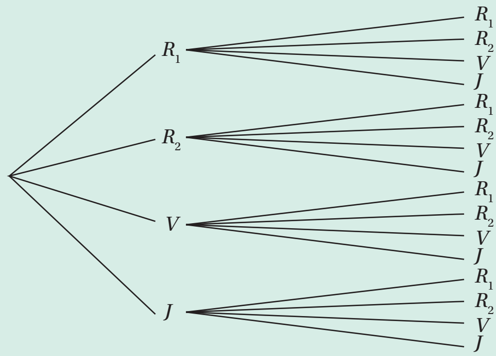
Il y a deux résultats avec la première boule tirée verte et la deuxième boule tirée rouge donc :

$P(I \cap J) = \frac{2}{16} = 0{,}125.$

$P(I \cup J) = P(I) + P(J) - P(I \cap J),$

$P(I \cup J) = 0{,}25 + 0{,}5 - 0{,}125 = 0{,}625.$

Annexe



QUATRIÈME EXERCICE

Premières professionnelles

Probabilités conditionnelles avec un tableau

Une entreprise comprend 375 salariés. Elle dispose d'un restaurant d'entreprise. Une enquête a été réalisée sur la fréquentation de ce restaurant par les salariés de cette entreprise.

Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

	Hommes	Femmes	Total
Nombre de salariés qui mangent régulièrement au restaurant d'entreprise	110	55	165
Nombre de salariés qui mangent occasionnellement au restaurant d'entreprise	42	33	75
Nombre de salariés qui ne mangent jamais au restaurant d'entreprise	58	77	135
Nombre total de salariés	210	165	375

On choisit au hasard un salarié dans la liste des 375 salariés de cette entreprise. Tous les salariés ont la même probabilité d'être choisis.

On considère les événements suivants :

F : « Le salarié choisi est une femme » ;

R : « Le salarié choisi mange régulièrement au restaurant d'entreprise » ;

O : « Le salarié choisi mange occasionnellement au restaurant d'entreprise ».

1. Traduire par une phrase l'événement $F \cap R$, puis calculer sa probabilité (arrondir le résultat au millième).

2. Traduire par une phrase l'événement $R \cup O$, puis calculer sa probabilité.

3. Calculer la probabilité que, sachant qu'il mange occasionnellement au restaurant d'entreprise, le salarié choisi soit une femme (donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).

CORRIGÉ

1. $F \cap R$ est l'événement : « Le salarié choisi est une femme qui mange régulièrement au restaurant d'entreprise ».
On a équiprobabilité. Il y a 55 femmes qui mangent régulièrement au restaurant d'entreprise parmi les 375 salariés.
Donc, $P(F \cap R) = \frac{55}{375}$, en arrondissant à 10^{-3}, $P(F \cap R) \approx 0{,}147$.

2. $R \cup O$ est l'événement « Le salarié choisi mange régulièrement ou occasionnellement au restaurant d'entreprise ».
Il y a 165 salariés qui mangent régulièrement et 75 salariés qui mangent occasionnellement au restaurant d'entreprise.
D'où $P(R \cup O) = \frac{165+75}{375} = \frac{240}{375} = 0{,}64$.

3. On cherche $P_O(F)$. Il y a 33 femmes parmi les 75 salariés qui mangent occasionnellement au restaurant d'entreprise. D'où $P_O(F) = \frac{33}{75} = 0{,}44$.

CINQUIÈME EXERCICE

Épidémie hivernale : un QCM

Premières professionnelles

Les périodes hivernales sont propices au développement de deux maladies : la gastro-entérite et la grippe saisonnière.
Dans un lycée, le personnel de santé chargé du suivi médical des élèves a effectué une enquête auprès des 400 élèves du lycée.

- 10 % des élèves du lycée ont contracté la grippe saisonnière durant l'hiver dernier ;
- Parmi ces élèves, 25 % ont aussi contracté une gastro-entérite ;
- Parmi les élèves n'ayant pas contracté la grippe saisonnière durant l'hiver dernier, 15 % ont néanmoins contracté une gastro-entérite.

On choisit au hasard la fiche de suivi médical d'un élève de ce lycée, chaque fiche ayant la même probabilité d'être choisie. On considère les événements suivants :

- S : « L'élève a contracté la grippe saisonnière durant l'hiver dernier » et $\overline{S}$ son événement contraire ;
- E : « L'élève a contracté une gastro-entérite durant l'hiver dernier » et $\overline{E}$ son événement contraire.

On donne le tableau suivant, partiellement complété, qui pourra être utilisé dans tout l'exercice. Il n'est pas demandé de le reproduire sur la copie.

L'élève…	A contracté une gastro-entérite	N'a pas contracté une gastro-entérite	Total
A contracté la grippe			
N'a pas contracté la grippe			
Total			400

1. L'événement $S \cap E$ correspond à :
a. « L'élève a contracté une gastro-entérite, sachant qu'il avait eu une grippe saisonnière. »
b. « L'élève a contracté une grippe saisonnière et une gastro-entérite. »
c. « L'élève a contracté une gastro-entérite ou une grippe saisonnière. »

2. La probabilité de l'événement $S \cap E$ est :
a. 0,25. **b.** 0,025. **c.** 0,16.

3. La probabilité que l'élève ait eu une gastro-entérite durant l'hiver dernier est :

a. 0,25. **b.** 0,02. **c.** 0,16.

4. Sachant que l'élève a eu une gastro-entérite au cours de l'hiver dernier, la probabilité qu'il ait eu la grippe saisonnière est :

a. Environ 0,156. **b.** Environ 0,089. **c.** 0,25.

CORRIGÉ

	Avec gastro-entérite	Sans gastro-entérite	Total
Avec la grippe	10	30	40
Sans la grippe	54	306	360
Total	64	336	400

1. Réponse b. **2.** Réponse b. **3.** Réponse c. **4.** Réponse a.

SIXIÈME EXERCICE

Calculer des probabilités conditionnelles avec un arbre de probabilité

Premières professionnelles

Une entreprise est spécialisée dans le capsulage des bouteilles.

Les salariés de l'entreprise sont sollicités, *via* un questionnaire en ligne, pour préparer une journée portes ouvertes. Tous les salariés ont répondu au questionnaire. Grâce aux fiches répertoriant les réponses au questionnaire, on sait que :

- 34 % des salariés de l'entreprise travaillant dans les ateliers de production ;
- 55 % des salariés travaillant dans les ateliers de production acceptent de s'impliquer dans l'organisation de la journée portes ouvertes, ainsi que 30 % des salariés travaillant dans les autres secteurs.

On choisit de façon équiprobable une fiche dans la base des réponses.

On définit les événements suivants :

- A : « la fiche choisie est celle d'un salarié travaillant dans les ateliers de production » ;
- B : « la fiche choisie est celle d'un salarié acceptant de s'impliquer dans l'organisation de la journée portes ouvertes ».

Pour tout événement E, on note $\overline{E}$ l'événement contraire de E, $P(E)$ la probabilité de E et, si C est un événement de probabilité non nulle, $P_C(E)$ la probabilité conditionnelle de E sachant que C est réalisé.

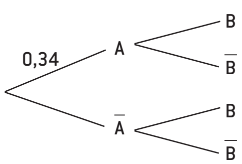
1. a. Donner la valeur de $P_A(B)$.

b. Compléter l'arbre de probabilité donné en annexe.

2. Quelle est la probabilité que la fiche choisie soit celle d'un salarié acceptant de s'impliquer dans l'organisation de la journée portes ouvertes et travaillant dans les ateliers ?

3. Peut-on affirmer qu'il y a plus d'une chance sur trois que la fiche choisie soit celle d'un salarié acceptant de s'impliquer dans l'organisation de cette journée ?

Annexe



CORRIGÉ

1. a. $P_A(B) = 0{,}55$, puisque 55 % des salariés travaillant dans la production acceptent de s'impliquer dans l'organisation de la journée porte ouverte.

b. On complète l'arbre, voir ci-dessous.

2. On cherche $P(A \cap B)$. $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0{,}34 \times 0{,}55 = 0{,}187$.

3. On cherche $P(B)$. $P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B)$.

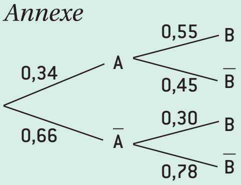
$P(B) = P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B)$.

$P(B) = 0{,}34 \times 0{,}55 + 0{,}66 \times 0{,}30 = 0{,}385$.

$P(B) > \frac{1}{3}$, il y a plus d'une chance sur trois que la fiche choisie soit celle d'un salarié acceptant de s'impliquer dans l'organisation de la journée portes ouvertes.

On peut se reporter à la propriété 3 du paragraphe ④ A.

Annexe



SEPTIÈME EXERCICE

Premières professionnelles

Avec 3 × 3 branches

Une entreprise fabrique un certain type de pièces pour les respirateurs utilisés dans les services de réanimation des hôpitaux et cliniques. Trois ateliers, notés 1, 2, 3, d'un site de production de l'entreprise fabriquent chaque jour ce type de pièces. Les ateliers 1, 2, 3 produisent chaque jour respectivement 25 %, 35 % et 40 % de la production totale de ce type de pièce sur le site.

Un jour donné, on admet que 2 % des pièces produites par l'atelier 1 sont défectueuses, que 1 % des pièces produites par l'atelier 2 sont défectueuses et que 2 % des pièces produites par l'atelier 3 sont défectueuses. On prélève au hasard une pièce dans la production totale des trois ateliers ce jour-là. Toutes les pièces ont la même probabilité d'être prélevées.

On considère les événements suivants :

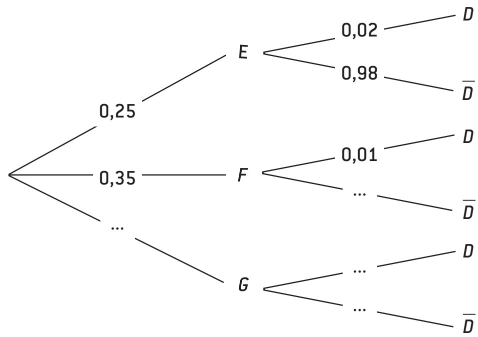
E : « la pièce prélevée provient de l'atelier 1 » ;

F : « la pièce prélevée provient de l'atelier 2 » ;

G : « la pièce prélevée provient de l'atelier 3 » ;

D : « la pièce prélevée est défectueuse ».

1. Compléter, après l'avoir reproduit, l'arbre de probabilités suivant.

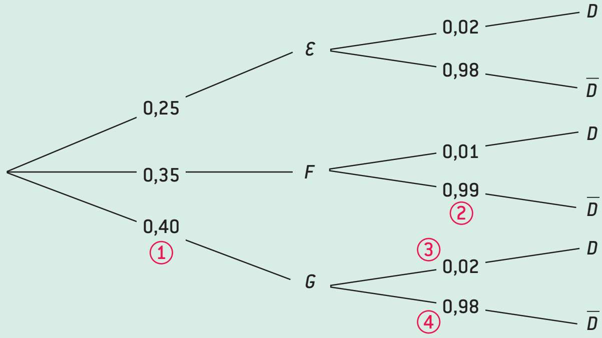


2. Décrire par une phrase l'événement $\overline{D}$, puis l'événement $G \cap D$.

3. Démontrer que la probabilité que la pièce prélevée ne soit pas défectueuse est 0,983 5.

CORRIGÉ

1.



- L'atelier 3 produit 40 % d'où : 0,40 en ① ;
- 1 – 0,01 = 0,99, d'où : 0,99 en ② ;
- 2 % des pièces produites par l'atelier 3 sont défectueuses d'où : 0,02 en ③ ;
- 1 – 0,02 = 0,98, d'où : 0,98 en ④.

2. $\overline{D}$ est l'événement : « la pièce prélevée n'est pas défectueuse ».
$G \cap D$ est l'événement : « la pièce prélevée provient de l'atelier 3 et est défectueuse ».

3. $P(\overline{D}) = P(E \cap \overline{D}) + P(F \cap \overline{D}) + P(G \cap \overline{D})$.
$P(\overline{D}) = 0{,}25 \times 0{,}98 + 0{,}35 \times 0{,}99 + 0{,}40 \times 0{,}98$. $P(\overline{D}) = 0{,}983\,5$.

On applique les propriétés 3 puis 2 du paragraphe ④ A.