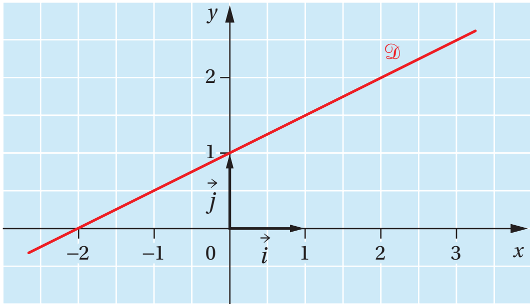
PREMIER EXERCICE

Fonction affine

Seconde professionnelle

1. Déterminer une équation de la forme $y = mx + p$ de la droite $\mathscr{D}$ de la figure suivante.



On désigne par f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$ où m et p sont les nombres réels obtenus au **1**.

2. Donner le sens de variation de la fonction f.

3. a. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 0$.

b. Donner dans un tableau le signe de la fonction f.

4. a. Déterminer les antécédents de $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{2}$ par f.

b. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ est supérieur ou égal à 2.

CORRIGÉ

1. La droite $\mathscr{D}$ passe par le point $A(-2, 0)$ et $B(0, 1)$. Le coefficient directeur est donc : $m = \frac{1-0}{0-(-2)} = \frac{1}{2}$.

L'équation de $\mathscr{D}$ s'écrit : $y = \frac{1}{2}x + p$. $\mathscr{D}$ passe par $B(0, 1)$ donc $1 = \frac{1}{2} \times 0 + p$, c'est-à-dire : $p = 1$.

2. f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

3. a. Les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$ sont les abscisses des points de $\mathscr{D}$ dont l'ordonnée est négative ou nulle : c'est-à-dire les nombres x, avec $x \leq -2$.

b.

x		-2	
Signe de $f(x)$	$-$	0	$+$

4. a. $f(-1) = \frac{1}{2}$, l'antécédent de $\frac{1}{2}$ est -1 ; $f(1) = \frac{3}{2}$, l'antécédent de $\frac{3}{2}$ est 1 ; $f(3) = \frac{5}{2}$, l'antécédent de $\frac{5}{2}$ est 3.

b. Pour $x \geq 2$, $f(x)$ est supérieure ou égal à 2.

MATHÉMATIQUES

DEUXIÈME EXERCICE

Lire graphiquement l'équation réduite d'une droite : QCM

Seconde professionnelle

La droite $\mathscr{D}$ de la figure passe par les points A et B.

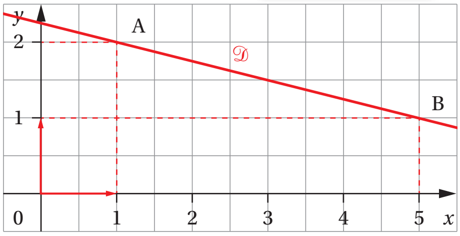
Pour chacune des questions suivantes trouver la bonne réponse parmi les réponses proposées.

1. Le coefficient directeur de la droite $\mathscr{D}$ est :

0,25 ? 4 ? -4 ? $-0,25$?

2. Une équation de $\mathscr{D}$ est : $y = 0,25x - 2,25$?

$y = x - 9$? $y = -\frac{1}{4}(x-9)$? $y = 0,25x - 225$?



CORRIGÉ

1. On utilise le résultat du ① B de ce chapitre.

Le coefficient directeur de $\mathscr{D}$ est : $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1-2}{5-1} = -\frac{1}{4}$. La réponse est : $-0,25$.

2. L'équation de $\mathscr{D}$ ne peut être que : $y = -\frac{1}{4}(x-9)$.

Voir le résultat du ①B.

TROISIÈME EXERCICE

Proportionnalité

Seconde professionnelle

1. Tableau de proportionnalité

x	3	5	8
y	12	20	32

Vérifier que les valeurs de y sont respectivement proportionnelles aux valeurs de x.

2. Tarifs postaux

Le tableau suivant donne les tarifs d'affranchissement au 01/01/2019, pour les lettres prioritaires.

Masse de la lettre en g	20	100	250
Prix du timbre en euros	1,05	2,10	4,20

Le tarif d'affranchissement est-il proportionnel à la masse d'une lettre ?

3. Répondre par Vrai ou Faux aux questions suivantes.

a. La taille d'un enfant est proportionnelle à son âge.

b. Une boutique affiche une remise de 70 % sur tous les articles. Les prix initiaux sont proportionnels aux prix soldés.

c. Le montant d'une facture d'électricité n'est pas proportionnel au nombre de kilowattheures consommés.

d. Un célibataire ayant un revenu imposable (annuel) de 24 000 € en 2019 a payé 1 965 € d'impôts. Un autre a payé 5 002 € d'impôts pour un revenu imposable de 36 000 €. Le montant de l'impôt sur le revenu est proportionnel au montant du revenu imposable.

CORRIGÉ

1. On a : $\frac{y}{x} = \frac{12}{3} = \frac{20}{5} = \frac{32}{8} = 4$. Les valeurs de y sont respectivement proportionnelles aux valeurs de x.

2. $\frac{1{,}05}{20} = 0{,}0525$ et $\frac{2{,}10}{100} = 0{,}021$. Ces deux membres sont distincts, donc le tarif d'affranchissement n'est pas proportionnel à la masse d'une lettre.

3. a. Faux.

b. Vrai (le coefficient de proportionnalité est 0,3).

c. Vrai (il y a des frais fixes, abonnements, taxes… que l'on paye même lorsque l'on ne consomme pas d'électricité).

d. Faux. Quand le revenu passe de 24 000 € à 36 000 €, il est multiplié par 1,5 ; alors l'impôt est multiplié par $\frac{5\,002}{1\,965} \approx 2{,}55$.

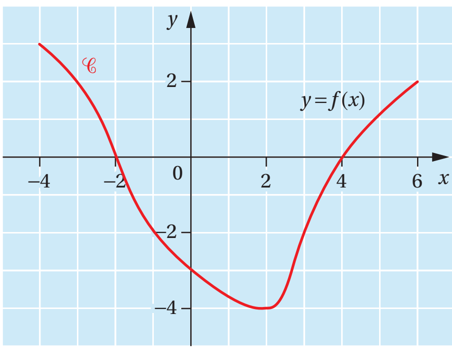
Pour traduire le fait que le montant de l'impôt n'est pas proportionnel au montant du revenu (l'impôt augmente « plus vite » que le revenu), on dit que « l'impôt est progressif ».

QUATRIÈME EXERCICE

Déterminer graphiquement des images, des antécédents, un tableau de variation, résoudre $f(x) = k$

Seconde professionnelle

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-4\,;\,6]$, dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ dans un repère orthonormal est donnée ci-dessous, les points d'abscisses respectives -4, -2, 0, 2, 4 et 6 ayant pour ordonnée un nombre entier.



1. *Détermination d'image*

Lire sur le dessin une valeur approchée de $f(1)$, $f(-1)$, $f(3)$, $f(-3)$, $f(5)$.

2. *Détermination d'antécédents*

Résoudre graphiquement les équations suivantes :

$f(x) = 0$; $f(x) = 2$; $f(x) = -2$; $f(x) = -4$; $f(x) = 2{,}5$; $f(x) = -5$.

3. Donner le tableau de variation de f.

CORRIGÉ

1.

x	1	–1	3	–3	5
$f(x)$	–3,6	–2	–2	2	1,1

2. L'équation $f(x)=0$ a pour solutions : –2 et 4 ; l'équation $f(x)=2$ a pour solutions : –3 et 6 ; l'équation $f(x)=-2$ a pour solutions : –1 et 3 ; l'équation $f(x)=-4$ a pour solution : 2 ; l'équation $f(x)=2{,}5$ a pour solution : –3,5 ; l'équation $f(x)=5$ n'a pas de solution (il n'existe aucun point de la courbe $\mathscr{C}$ d'ordonnée –5).

3.

x	–4		2		6
Variation de $f(x)$	3	↘	–4	↗	2

CINQUIÈME EXERCICE

Système d'équations du premier degré

Seconde professionnelle

Résoudre les systèmes d'équations suivants.

a. $\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x-y=-3. \end{cases}$ **b.** $\begin{cases} 3x-y=-2 \\ 2x=3y=1. \end{cases}$

CORRIGÉ

On procède comme dans l'exercice résolu du paragraphe ④ A.

a. Les systèmes suivants sont équivalents :

$$\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x-y=-3 \end{cases};\quad \begin{cases} y=-x-1 \\ 2x-(-x-1)=-3 \end{cases};\quad \begin{cases} y=-x-1 \\ 2x+x+1=-3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y=-x-1 \\ 3x+1=-3 \end{cases};\quad \begin{cases} y=-x-1 \\ 3x=-4 \end{cases};\quad \begin{cases} y=-x-1 \\ x=-\dfrac{4}{3} \end{cases};$$

$$\begin{cases} y=\dfrac{4}{3}-1 \\ x=-\dfrac{4}{3} \end{cases};\quad \begin{cases} y=\dfrac{4}{3}-\dfrac{3}{3} \\ x=-\dfrac{4}{3} \end{cases};\quad \begin{cases} y=\dfrac{1}{3} \\ x=-\dfrac{4}{3} \end{cases}.$$

b. En procédant comme au **a.**, on obtient $x=-\dfrac{5}{11}$ et $y=\dfrac{7}{11}$.

SIXIÈME EXERCICE

Fonction polynôme du second degré

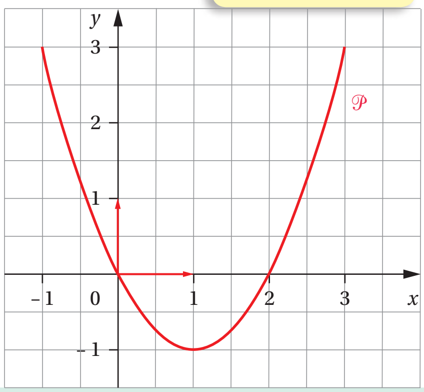
Premières professionnelles

Le plan est muni du repère orthonormé $\left(O ; \vec{i}, \vec{j}\right)$ (unité : 1 cm). Soit f la fonction polynôme du second degré définie sur l'intervalle $[-1, 3]$ dont on donne la courbe représentative $\mathscr{P}$ sur la figure ci-contre.

1. Donner, dans un tableau, le signe de $f(x)$ lorsque x varie dans l'intervalle $[-1, 3]$.

2. Proposer un tableau de variation pour la fonction f.

3. Déterminer les racines du polynôme $f(x)$, c'est-à-dire les solutions de l'équations $f(x) = 0$.



CORRIGÉ

1. Le signe de $f(x)$ est obtenu graphiquement :

- sur l'intervalle $[-1, 0]$ la courbe $\mathscr{P}$ est au-dessus de l'axe des abcisses donc $f(x) \geq 0$, de même sur l'intervalle $[2, 3]$;
- sur l'intervalle $[0, 2]$ la courbe $\mathscr{P}$ est au-dessous de l'axe des abcisses donc $f(x) \leq 0$.

x	-1		0		2		3
Signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2.

x	-1		1		3
$f(x)$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3

3. Les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont les abcisses des points où la parabole $\mathscr{P}$ coupe l'axe des abcisses. D'où les solutions : $x = 0$ et $x = 2$.

On peut aussi résoudre l'équation $f(x) = 0$, qui esr équivalente à $x(x - 2) = 0$, c'est-à-dire, $x = 0$ ou $x - 2 = 0$, $x = 0$ ou $x = 2$.

MATHÉMATIQUES