MATHÉMATIQUES

PREMIER EXERCICE

Automatismes ***Sans calculatrice***

Seconde, Premières, Terminales

Aucune justification n'est demandée.

Le jour de l'évaluation, une feuille réponse (avec les tableaux et figures à compléter) est fournie.

A. Utilisation des pourcentages

1. Écrire sous forme décimale :

a. 75 % ; **b.** 7,5 % ; **c.** 0,75 % ; **d.** 100 %.

2. Écrire sous forme de pourcentage :

a. 0,40 ; **b.** 0,08 ; **c.** 0,015 ; **d.** 0,001.

3. Calculer :

a. 10 % de 5 000 ; **b.** 20 % de 6,50 ; **c.** 200 % de 2 ; **d.** 0,5 % de 50 000.

B. Calculs avec les puissances de 10

Pour tous nombres réels strictement positifs a et b, et pour tous nombres entiers relatifs* n et p :

$\frac{a^n}{a^p}=a^{n-p}$; $(ab)^n=a^n\times b^n$; $a^n\times a^p=a^{n+p}$; $\left(\frac{1}{a}\right)^n=\frac{1}{a^n}$;

$\frac{1}{a^n}=a^{-n}$ et $a^0=1$; $\frac{a^n}{a^p}=a^{n-p}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$; $(a^n)^p=a^{np}$.

* entiers relatifs : entiers positifs ou entiers négatifs.

Recopier chacune des égalités suivantes. Les compléter en remplaçant ... par un nombre entier relatif.

a. $10^{\cdots}\times10^4=10^{-2}$. **b.** $10^{\cdots}\times10^{-3}=10^5$. **c.** $10^{-4}\times10^{\cdots}=10^{-3}$. **d.** $\frac{10^2}{10^{\cdots}}=10^{-2}$.

C. Écriture d'un nombre en notation scientifique

En astronomie, par exemple, les distances sont si grandes qu'on les exprime le plus souvent sous la forme $a\times10^n$ où a est un nombre décimal tel que $1\leq a<10$ et n un nombre entier naturel.
La notation $a\times10^n$ s'appelle l'écriture scientifique.

1. Écrire en notation scientifique les nombres figurant dans chacune des phrases suivantes :

a. Le Big Bang marquant l'origine de l'univers a eu lieu il y a environ 15 milliards d'années.

b. La vitesse de la lumière est d'environ 299 792 000 $m.s^{-1}$.

2. Écrire sous forme décimale chacun des nombres suivants :

a. $2{,}53\times10^4$; **b.** $0{,}433\times10^3$; **c.** $23{,}2\times10^{-3}$; **d.** $0{,}015\times10^{-2}$

D. Opérations sur les fractions.

1.

RÉDUCTION AU MÊME DÉNOMINATEUR

Réduire des fractions au même dénominateur, c'est déterminer des fractions égales à ces fractions qui ont toutes le même dénominateur.

Exemple

Les fractions $\frac{4}{3}$ et $\frac{7}{4}$ n'ont pas le même dénominateur.

On peut écrire :

$\frac{4}{3}=\frac{4\times4}{3\times4}=\frac{16}{12}$ et $\frac{7}{4}=\frac{7\times3}{4\times3}=\frac{21}{12}$.

On obtient deux fractions ayant le même dénominateur, 12.

Réduire au même dénominateur les fractions suivantes :

a. $\frac{3}{2}$ et $\frac{2}{5}$.

b. $\frac{6}{11}$ et $\frac{1}{3}$.

2.

COMPARAISON DE FRACTIONS

Si deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.
Pour comparer deux fractions de dénominateurs différents, on peut les réduire au même dénominateur et comparer leurs numérateurs, ou comparer leurs écritures décimales.

Comparer les fractions suivantes : $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{6}$.

3.

SOMME DE FRACTIONS

Pour faire la somme de deux fractions, on les réduit au même dénominateur (s'il y a lieu) puis on fait la somme des numérateurs.

Exemple

$$\frac{3}{2}+\frac{2}{3}=\frac{3\times3}{2\times3}+\frac{2\times2}{3\times2}=\frac{9}{6}+\frac{4}{6}=\frac{9+4}{6}=\frac{13}{6}.$$

a. Calculer : $S=\frac{4}{7}+\frac{3}{8}$.

b. Calculer : $S=-\frac{5}{11}-\frac{2}{3}$.

4.

PRODUIT DE FRACTIONS

Si a, b, c, d sont quatre nombres réels non nuls alors :

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}=\frac{ac}{bd}.$$

a. Calculer : $p=\frac{5}{12}\times\frac{16}{25}$. Simplifier le résultat obtenu.

b. Calculer : $p=\left(-\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{2}{5}\right)\left(-\frac{6}{11}\right)$. Simplifier le résultat obtenu.

c. Calculer : $p=90\times\frac{30}{100}$.

d. Calculer : $p=40\times\left(1+\frac{10}{100}\right)$.

e. Développer : $p=\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}x+\frac{1}{3}\right)$.

CORRIGÉ

A. 1. a. 0,75. **b.** 0,075. **c.** 0,0075. **d.** 1.
2. a. 40 %. **b.** 8 %. **c.** 1,5 %. **d.** 0,1 %.
3. a. $5\,000\times\frac{10}{100}=500$. **b.** $6{,}50\times\frac{20}{100}=1{,}3$. **c.** 4. **d.** 250.

B. a. $10^{-6}\times10^{4}=10^{-2}$. **b.** $10^{8}\times10^{-3}=10^{5}$.
c. $10^{-4}\times10^{1}=10^{-3}$. **d.** $\frac{10^{2}}{10^{4}}=10^{-2}$.

C. 1. a. $15\,000\,000\,000 = 1{,}5 \times 10^{10}$.
b. $289\,792\,000 = 2{,}99 \times 10^{8}$
2. a. 25 300. **b.** 433. **c.** $23{,}2 \times 0{,}001 = 0{,}0232$. **d.** $0{,}015 \times 0{,}01 = 0{,}00015$.

D. 1. a. $\frac{2}{3} = \frac{3 \times 5}{2 \times 5} = \frac{15}{10}$; $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10}$.
b. $\frac{6}{11} = \frac{6 \times 3}{11 \times 3} = \frac{18}{33}$; $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 11}{3 \times 11} = \frac{11}{33}$.
2. $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24}$; $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24}$; donc $\frac{5}{6} > \frac{3}{4}$.
3. a. $S = \frac{4 \times 8}{7 \times 8} + \frac{3 \times 7}{8 \times 7} = \frac{32}{56} + \frac{21}{56} = \frac{53}{56}$.
b. $S = \frac{5 \times 3}{11 \times 3} - \frac{2 \times 11}{3 \times 11} = \frac{15}{33} - \frac{22}{33} = \frac{15 - 22}{33} = -\frac{7}{33}$.

DEUXIÈME EXERCICE

Vrai-faux

Seconde professionnelle

1. Pour une série statistique ordonnée comptant 512 nombres, la médiane n'existe pas car 512 est pair.
2. En France, le salaire mensuel net moyen s'élève à 2 277 € et le salaire mensuel net médian s'élève à 1 797 €. Plus de 50 % des salariés gagnent moins de 2 277 € par mois.
3. Si une série statistique compte 10 valeurs, les quartiles sont toujours des valeurs de la série.
4. On donne la série : 1, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 8, 9, 10. L'écart interquartile est 5.

CORRIGÉ

1. Faux. **2.** Vrai. **3.** Vrai. **4.** Vrai.

TROISIÈME EXERCICE

QCM

Seconde professionnelle

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Relever sur la copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

A. Au premier trimestre, un élève a obtenu les notes suivantes en mathématiques :
9 ; 9 ; 11 ; 14 ; 17.

1. L'étendue est :
a. 4 **b.** 8 **c.** 9 **d.** 10

2. La moyenne est :
a. 11 **b.** 12 **c.** 13 **d.** 14

3. La médiane est :
a. 10 **b.** 10,5 **c.** 11 **d.** 11,5

MATHÉMATIQUES

B. Dans le tableau suivant, on donne la répartition des notes obtenues en mathématiques pour un groupe de candidats à un examen.

Notes : x_i	2	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18
Effectif : n_i	1	2	1	4	3	6	5	1	2	5	2	1	1	1

1. Le pourcentage de notes strictement supérieures à 10 est environ :

a. 51 % **b.** 37 % **c.** 49 %

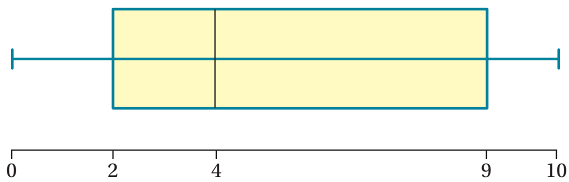
2. La moyenne, arrondie à 10^{-2}, de cette série statistique est :

a. 10,03 **b.** 10,43 **c.** 10

3. L'écart type, arrondi à 10^{-2}, de cette série statistique est :

a. 3,41 **b.** 3,36 **c.** 11,34

C. On considère le diagramme en boîte ci-dessous :



a. La médiane est 4.
b. Le troisième quartile est 10.
c. L'intervalle interquartile est [0, 10].
d. Le premier quartile est 4.

CORRIGÉ

A. 1. Réponse b. (L'étendue est : 17 – 9 = 8.) **2.** Réponse b. **3.** Réponse c.
B. 1. Réponse b. **2.** Réponse a. **3.** Réponse b.
C. Réponse a.

QUATRIÈME EXERCICE

Premières et Terminales professionnelles

Le tableau suivant donne l'évolution du chiffre d'affaires d'un artisan de 2015 à 2019 :

Année	2015	2016	2017	2018	2019
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5
C.A. en milliers d'euros : y_i	92	99	103	107	112

1. Représenter le nuage de points $M_i(x_i, y_i)$ dans un repère où les axes se coupent au point A(0, 80) avec pour unités : 1 cm pour 1 en abscisse et 1 cm pour 10 en ordonnée.

2. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation $y = 5x + 88$. Tracer la droite D dans le repère du **1**.

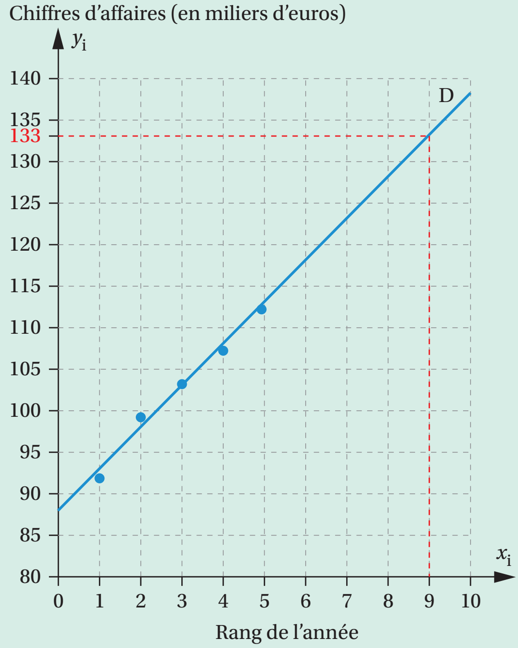
3. Déterminer graphiquement une estimation du chiffre d'affaires en 2023.

4. Calculer une estimation du chiffre d'affaires en 2026.

5. On estime qu'il faudra embaucher du personnel quand le chiffre d'affaires dépassera les 140 milliers d'euros. En utilisant l'ajustement affine, déterminer en quelle année cette embauche pourra avoir lieu.

CORRIGÉ

1. et **2.**



3. a. Le rang de l'année 2023 est 9. On lit sur le graphique que l'ordonnée du point d'abscisse 9 est environ 133.
Une estimation du chiffre d'affaires est environ 133 000 euros.
4. 2024 correspond à $x = 12$.
$y = 5 \times 12 + 88 = 148$.
Une estimation du chiffre d'affaires en 2024 est 148 000 euros.
5. Résolvons $5x + 88 > 140$ ce qui est équivalent à : $5x > 140 - 88$; $x > \dfrac{52}{5} = 10,4$.
Le plus petit entier supérieur à 10,4 est 11 : en 2025, année de rang 11, une embauche pourra avoir lieu.

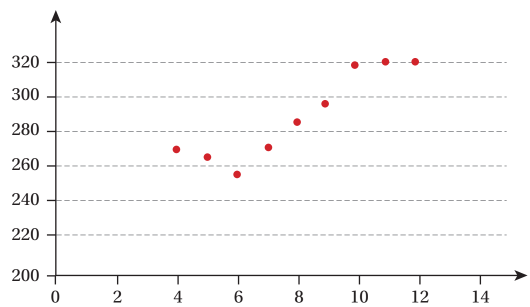
CINQUIÈME EXERCICE

QCM

Premières et Terminales professionnelles

A. Le point moyen du nuage ci-dessous est le point G de coordonnées :

a. $G(12, 290)$; **b.** $G(5, 260)$; **c.** $G(8, 290)$.



B. Un particulier décide de changer, d'ici deux ou trois ans, son véhicule acheté en 2014. Souhaitant connaître le prix auquel il pourra le revendre, il consulte l'Argus afin de connaître la cote de son véhicule et obtient le tableau suivant :

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6
Cote en euros : y_i	16 000	13 500	11 200	9 000	7 400	5 900

On précise que la cote est la valeur de revente du véhicule en fonction de l'année choisie pour la revente ; par exemple, en 2017, la valeur de son véhicule était 11 200 €.

Pour estimer la cote de sa voiture en 2022, il procède à un ajustement affine par la méthode des moindres carrés à l'aide d'une calculatrice.

1. Après avoir arrondi les valeurs approchées à la centaine d'euros la plus proche, une équation de la droite d'ajustement affine de y en x est :

a. $y = -2\,100x + 17\,600$; **b.** $y = -2\,000x + 17\,600$; **c.** $y = -2\,100x + 17\,000$.

2. L'estimation du prix de son véhicule en 2022, selon le modèle précédent, est alors :

a. 1 600 € ; **b.** 800 € ; **c.** 200 €.

3. En moyenne, sur la période 2015-2020, ce véhicule perd par an, à 100 e près :

a. 1 000 € ; **b.** 2 000 € ; **c.** 3 000 e.

CORRIGÉ

1. A. Réponse c). **B. 1.** Réponse b). **B. 2.** Réponse a). ($-2\,000 \times 8 + 17\,600 = 1\,600$.)
B. 3. Réponse b). (Calculer la moyenne des cinq « pertes ».)

SIXIÈME EXERCICE

Premières et Terminales professionnelles

Une entreprise fabrique un certain type de composant électronique.

Le tableau suivant donne, en milliers, le nombre de composants de ce type vendus entre 2015 et 2020.

Année	**Rang de l'année : x**	**Nombre de composants vendus, en milliers : y**
2015	0	90
2017	1	200
2018	2	375
2019	3	550
2020	4	650

1. Construire le nuage de points de coordonnées (x, y) dans un repère orthogonal $(O\,;\vec{i}, \vec{j})$.
On prendra pour unité 2 cm pour 1 sur l'axe des abscisses et 2 cm pour 100 milliers sur l'axe des ordonnées.

2. a. Déterminer, à l'aide d'une calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine, Δ, de y en x sous la forme $y = ax + b$, où a et b sont des nombres entiers.

b. Construire la droite Δ sur la figure.

c. Utiliser le **a.** pour donner une estimation du nombre de composants en 2021.

d. Vérifier sur le graphique le résultat obtenu sur **c.** On fera apparaître sur le graphique les constructions utiles.

CORRIGÉ

1. Voir la figure.

2. a. Avec une calculatrice, on obtient l'équation $y = 147x + 79$.

b. Voir la figure.

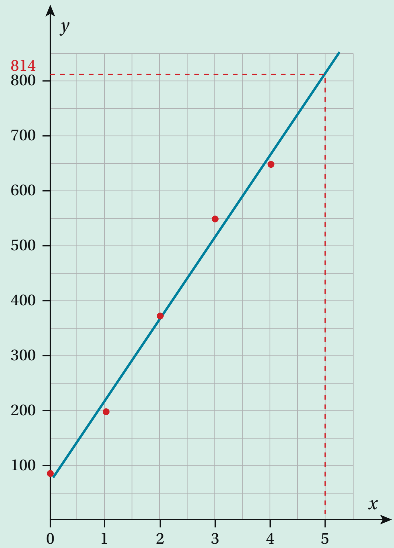
c. 2016 est l'année de rang :

$x = 5$.

$147 \times 5 + 79 = 814$.

On peut estimer à 814 milliers d'unités le nombre de composants vendus en 2021.

d. Voir la figure.



SEPTIÈME EXERCICE

Avec le tableur

Premières et Terminales professionnelles

Un parc d'attractions propose également des nuits d'hôtel sur place. On dispose des statistiques de 12 journées. Le nombre d'entrées est inscrit dans les cellules de A2 à A13 et le nombre de nuitées correspondant dans les cellules contiguës de la colonne B.

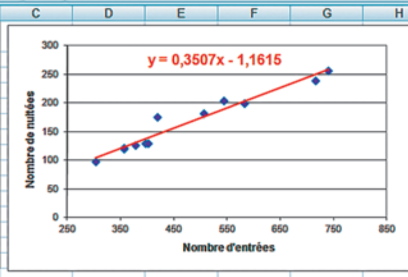
Au vu du nuage de points, un ajustement sous forme d'une « droite de tendance » a été demandé au tableur.

1. On a entré en A15 la formule =MOYENNE(A2:A13) qui a été recopiée vers la droite en B15. Vérifier, qu'aux arrondis près, le point moyen appartient à la droite d'ajustement.

2. Un jour donné, on enregistre 472 entrées. Utiliser l'ajustement affine pour estimer le nombre de nuitées.

A15 =MOYENNE(A2:A13)

	A	B
1	Nombre d'entrées	Nombre de nuitées
2	356	120
3	418	176
4	582	199
5	302	98
6	397	130
7	506	182
8	715	239
9	356	122
10	401	129
11	544	205
12	739	257
13	378	126
14	Moyennes	
15	474,5	165,25
16		



CORRIGÉ

1. On a $0,3507 \times 474,5 - 1,1615 \approx 165,25$.

2. On estime le nombre de nuitées à :

$0,3507 \times 472 - 1,1615 \approx 164$.